

Stage statistique 1

TI graphiques (82, 83, 84)

Rencontre entre agents secrets

Le problème¹

Le chef des services de renseignement d'un pays étranger souhaite que deux de ses agents secrets appelés X et Y , qui sont à Paris, puissent se rencontrer sans trop attirer l'attention.

Il leur demande de se rendre tous les premiers mercredis du mois entre 18 h et 19 h sous l'horloge de la salle des pas perdus de la gare Saint-Lazare en variant le plus possible leur instant d'arrivée.

Le premier des deux qui se trouve sur place a pour consigne d'attendre l'autre un temps T et de repartir au bout de ce temps même s'il n'a pas vu l'autre.

x et y désignent, en heures, les moments d'arrivée après 18 h des agents X et Y respectivement.

On a donc : $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$.

Organisation de l'activité

Tout d'abord, pour un premier mercredi du mois donné, on va simuler les deux arrivées et déterminer s'il y a une rencontre ou non entre les deux agents secrets, puis on considère un échantillon de N premiers mercredis du mois. Cette première partie n'utilise pas de programme.

Ensuite, à l'aide d'un programme, on va s'intéresser à un échantillon de N premiers mercredis du mois et calculer la fréquence de rencontre des deux agents secrets.

Instructions et fonctions de programmation utilisées

Les instructions : **abs**, **NbrAléat**, **NbrAléat()**, **somme()** et **EffListe**.

Les fonctions de programmation : **Prompt**, boucle avec **For**, **IF..Then...Else**, **Disp**.

1. Simulation des deux arrivées un mercredi donné

Dans cette partie, $T = 15$ minutes, soit 0,25 h.

La consigne se traduit par : $x - y \leq \frac{1}{4}$ ou $y - x \leq \frac{1}{4}$ qui s'écrit : $|x - y| \leq \frac{1}{4}$.

Lire : valeur absolue de $x - y$; dans la machine : **abs(X - Y)**.

• Simulation de deux arrivées

L'instruction **NbrAléat**, accessible dans **Math PRB**, renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 et 1.

L'instruction **abs** accessible dans **Math NUM**, renvoie la valeur absolue de **NbrAléat** - et permet de simuler cette expérience aléatoire.

Le deuxième agent secret est arrivé 0,401 \times 60 \approx 24 minutes après le premier. La rencontre n'a pas eu lieu.

```
abs(NbrAléat-Nbr
Aléat)
.4058919465
```


• Simulation d'une série de deux arrivées

Si on ajoute un argument N entier (entre parenthèse) à l'instruction **NbrAléat**, la calculatrice renvoie N nombres aléatoires et simule N rencontres éventuelles. L'écran ci-contre simule 10 rencontres éventuelles.

0,36 > 0,25 donc la première des dix rencontres éventuelles n'a pas eu lieu.

```
abs(NbrAléat(10)
-NbrAléat(10))
C.3653593503 .0...
```

¹ Inspiré d'un exercice du livre : Statistique probabilité estimation ponctuelle
Auteurs : Claude Bouzitat, Pierre Bouzitat et Gilles Pagès. Éditions Cujas.

La flèche de navigation  permet de lire les différents résultats.
 $0,03 < 0,25$ donc la deuxième rencontre éventuelle a eu lieu.

```
abs(NbrAléat(10))
-NbrAléat(10))
... .0353980232 ...
```

Un programme va nous permettre de relever au fur et à mesure le nombre de rencontres ayant lieu lors d'une série de N arrivées.

2. Programme simulant les rencontres éventuelles des deux agents secrets

Algorithme

Variables : N est un entier naturel
 : T est un réel compris entre 0 et 60 minutes

Initialisation : Saisir N et T
 : Vider les listes L1 et L2
 : Remplir la liste L1 avec
 abs(NbrAléat(N)-NrAléat(N))

Traitement : Pour I variant de 1 à N
 : Si le terme numéro i de la liste L1 est inférieur à
 T/60,

 : Alors
 : affecter 1 au terme numéro i de la liste L2
 : Sinon,
 : affecter 0 au terme numéro I de la liste L2.
 : Fin du Si
 : Fin de la boucle

Sortie : Calculer le nombre de mercredis où les agents se sont
 rencontrés.
 : Afficher ce nombre.

 : Afficher la fréquence des rencontres

```
PROGRAM: AGENTS
: Prompt T, N
: EffListe L1, L2
: abs(NbrAléat(N)
-NbrAléat(N)) → L1

: For(I, 1, N)
: If L1(I) ≤ T/60
```

```
PROGRAM: AGENTS
: If L1(I) ≤ T/60
: Then
: 1 → L2(I)
: Else
: 0 → L2(I)
: End
: End
```

```
PROGRAM: AGENTS
: End
: End
: somme(L2) → S
: Disp "NBRE DE R
ENCONTRES", S
: Disp "FREQUENCE
", S/N
```

Quelques résultats

```
T=?10
N=?50
NBRE DE RENCONT...
                20
FREQUENCE
                .4
                Fait
```

```
T=?20
N=?50
NBRE DE RENCONT...
                26
FREQUENCE
                .52
                Fait
```

```
T=?20
N=?50
NBRE DE RENCONT...
                35
FREQUENCE
                .7
                Fait
```

Lorsque le temps d'attente augmente, on peut estimer que le nombre de rencontres augmente.