Logik og argumentation

Undervisningsnoter til selve AT-forløbet

Indholdsfortegnelse:

Elevinformation

Elevnoter til aktiviteterne

Elevnoter til eventuel udlevering efter eleverne har arbejdet med aktiviteterne og efter der er samlet op på aktiviteterne

Gruppernes produkt

Hver gruppe skal både gøre en mundtlig fremlæggelse og en skriftlig aflevering klar til fredag:

1) **Mundtlig fremlæggelse:**
   - Lav en ny gåde til Portias bejlere, som fredag kan deles ud til resten klassen, som skal konkurrere om at finde løsningen først.
   - Og lav en tale (for eller imod) eller konstruér en paneldebat om ét af følgende synspunkter:

     "Der findes en eneste ene!"

     "Alle mennesker er lige!"

     "Man må aldrig trodse sine forældres vilje!"

   Formen er frivillig – det kan f.eks. være en politisk tale, anklagerens procedure til sidst i en retssag eller et fingeret debatprogram fra TV. Der skal indgå både argumentation og retoriske virkemidler – og gerne øvrige elementer, der kendetegner den genre, I vælger.

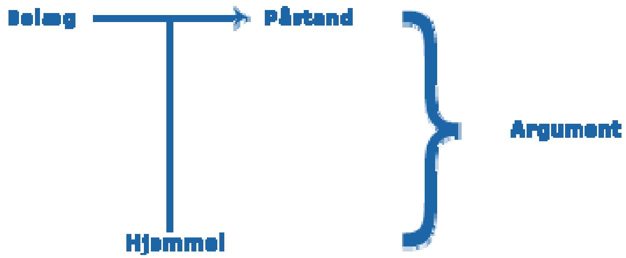
2) **Skriftlig aflevering:**
   - En gennemgang af mindst to af argumenterne fra jeres tale eller debat vha. Toulmins udvidede model.
   - En logisk gennemgang af gådens løsning med inddragelse af sandhedstabeller.

AT3

Logik og argumentation

1.a, 1.c og 1.d

I dansk, matematik og drama – uge 14, 2009.



Hvorfor logik og argumentation?

Når du er derhjemme, kan du opleve at skulle argumentere grundigt for din sag for at opnå et ønske i din familie. Når vi arbejder med tekster i dansk, bliver du bedt om at finde belæg for dine påstande – f. eks. når du underbygger dine konklusioner med gode eksempler fra teksten. Hver gang du ser en ny sætning i matematik, ledsages den af et bevis, som indeholder argumentation for, at sætningen faktisk er korrekt. Logiske slutninger indgår i både beviser og opgaver, når vi arbejder i matematik. Men også i de andre fag møder du argumentation. Og uden for fagene, uden for gymnasiet. Argumentation er i det hele taget godt at vide noget om for at kunne tage del i et demokratisk samfund.

Formål med forløbet

Formålet er at betragte argumentation fra forskellige, faglige vinkler. Kernen i forløbet er Stephen Toulmins argumentationsmodel, og rammen om forløbet er filmen "Købmanden i Venedig", som er en filmatisering af et skuespil fra 1595 af William Shakespeare.

I matematik skal vi undersøge Portias gåde, som i skuespillet er en gåde, der stilles alle Portias bejlere – kun den, som vælger korrekt, er værdig til at få Portia.

I dansk skal vi undersøge Portias argumentation i retssalen, hvor Portia taler for frifindelsen af købmanden Antonio. Og vi skal se nærmere på Shylocks tale om, at jøder også er mennesker.

Herefter skal I selv i grupper arbejde med at skabe en gåde og en debat eller argumenterende tale.

Undervejs vil I med Torben i drama skulle arbejde med fremførelsen af jeres mundtlige fremlæggelser fredag.

Tidsplan – se Lectio for præcise tider og lokaler for din klasse

tirsdag d. 31/3	onsdag d. 1/4	torsdag d. 2/4	fredag d. 3/4
"Købmanden i Venedig" vises for alle tre klasser i salen, 2 moduler. Om logik og Portias gåde i matematik, 2 moduler.	Om Portias argumentation og Shylocks tale i dansk, 2 moduler. Om retorik i salen for alle, 1 modul. Gruppearbejde påbegyndes, 1 modul.	Gruppearbejde, 3 moduler. 1.a får hjælp af Torben til fremførelsen af fredagens fremlæggelse, 1 modul.	1.c og 1.d får hjælp af Torben til fremførelsen af fredagens fremlæggelse, 1 modul. Aflevering og fremlæggelse, 2 moduler.

Om gruppernes produkt til fredag – se bagsiden →

Portias skrin

I Shakespeares '**Købmanden fra Venedig**' var Portia i besiddelse af tre skrin og hendes portræt befandt sig inde i et af skrinene. Bejleren skulle vælge et skrin, og hvis han var heldig nok (eller klog nok) valgte han skrinet med billedet og kunne nu få Portia som brud. På låget af hvert af skrinene stod der en indskrift der skulle hjælpe bejleren til at vælge det rette! Prøv nu at karakterisere Shakespeares gåde! Som støtte kan du dels overveje de følgende spørgsmål, dels læse Marokkos dialog med Portia:

Hvilke tre typer skrin er der tale om?

Hvad stod der udenpå hvert af de tre skrin?

Hvilke regler gjaldt for bejlerne?

Hvad lå der inde i de tre skrin?

Hvordan argumenterer Marokko for sit valg?

Uddrag af Marokkos dialog:

PORTIA
Træk disse Forhæng fra og aabenbar
de trende Skrin for denne ædle Prins.
Gør nu Jert Valg!

PRINSEN
Det første er af Guld; paa det staar skrevet:
„Vælg mig, saa vinder Du, hvad mangen
Mand attraar!"
Det andet er af Sølv, og det forjætter:
,,Vælg mig, saa vinder du, alt hvad du
har fortjent!"
Det tredje - glansløst Bly - det varsler groft:
„Vælg mig, saa maa du give alt og vove alt!"
Hvor skal jeg vide, om jeg vælger rigtigt?

PORTIA
Det ene gemmer mit Portræt, min Fyrste;
vælger I det, da vinder I ogsaa mig.

PRINSEN
Styre en Gud da Valget! Lad mig se;
endnu engang jeg disse Ord vil prøve.
Hvad siger dette Skrin af Bly?
„Vælg mig, saa maa du give alt og vove alt!''
Give! For hvad? For Bly? Vove for Bly
Den Kiste truer; den, som vover alt,
han vover kun i Haab om stort at vinde.
Aldrig krøb gyldent Sind i lurvet Skind;
for Bly jeg hverken giver eller vover.
Hvad siger Du, Sølv med din Jomfrulød?
„Vælg mig, saa vinder du, alt hvad du har
fortjentl"
Alt hvad du har fortjent - stands dér, Marokko!
Hvis Du skal have Rang, som Du har Ry,
fortjener du jo nok. Men favner *nok*
saa højt og vidt, at *hun* er med deri?
Og dog - slig Mistro til mit eget Værd,
det var jo kun den fejges Selvopgiven.
„Alt, hvad jeg har fortjent!" - Godt, det er hende!
I Byrd og Rigdom er jeg hende værdig,
som og i Højsind og i Høviskhed;
mest værdiggøres jeg dog ved min Elskov.
Om jeg brød overtvært og valgte her?
Vis mig igen din Skrift, du gyldne Skrin:
„Vælg mig, saa vinder du, hvad mangen Mand
attraar !"
Ja - det er hende; al Verden attraar hende.
Fra Jordens fire Hjørner kommer de
og kysser den levende Helgens hellige Skrin.
Hyrcaniens Ørkner og Arabiens vide
vildsomme Ødemarker er kun Veje
for Fyrster, som vil se skøn Portia;
det vældige Havs formasteligt rejste Hoved
can spytte i Himlens Syn, men ikke stænge
stærkere end en Bæk for modige Mænd,
som fjærntfra farer for at se skøn Portia!
- I et af disse tre er Himlen sluttet!
Hun gemt bag Bly? Det var en Helvedstanke;
Bly var for groft, selv til at indeslutte
i Gravens Mørke hendes Dødninglin.
Skal jeg da tro, at hun blev lagt bag Sølv,
ti Gange mindre værd end prøvet Guld?
En syndig Tanke! En saa rig Juvel
indrammes ej i ringere end Guld.
Der er en engelsk Mønt, som har en Engel
indpræget i sit Guld - men udenpaa;
her hviler Englen i den gyldne Seng.
Giv mig kun Nøglen; ja, jeg vælger dette;
og give Gud, at jeg har valgt det rette!

PORTIA
Der, tag den, Prins; og er mit Billed der,
da er jeg Eders.

PRINSEN
(aabner Guldskrinet.)
Helved, hvad har vi her!
Et Dødninghoved - og i Øjets Hulning
en skreven Rulle. Jeg vil læse den.
(læser.)
Guld er ej alt i gylden Dragt,
det er saa sandt, som det er sagt.
Saa mangen Mand sit Liv har bragt
i Bytte for min ydre Pragt.
I gyldnest Grav gør Ormen Jagt.
Om Visdom for dit Mod stod Vagt,
var Ungdom med Forstand i Pagt,
da bedre Svar var til dig lagt.
Nu frøs din Vaar for Vintrens Magt.

Ja, frøs i Sandhed!
Haabet sank i Muld.
Farvel, min Sol! Velkommen Vinterkuld!
Portia, adieu! Min Sjæl blev ramt for haardt
til langt Farvel;
tavs gaar en slagen bort.

(Gaar med sit Følge. Hornfanfare.)

PORTIA
Ham slap vi godt! Træk Tæppet for og gaa.
Hver som har samme Farve vælge saa!

Smullyans version

Den amerikanske logiker Smullyan omdannede nu Shakespeares gåde til en logisk gåde: hvor indskriften på hvert af de tre skrin var **tvetydigt** i den forstand at det enten var sandt eller falsk, hvad der stod på skrinet, men vi får ikke umiddelbart at vide, hvilke skrin, der taler sandt og hvilke, der taler sandt. Vi får kun en generel regel, der siger noget om skrinene tilsammen.

Antag altså at Portia kunne håbe på, at hendes kommende ægtemand ikke blot opførte sig ordentligt/værdigt, men også var lige så klog som hun selv. Så kunne hun lade ham vælge mellem de følgende tre indskrifter:

Guld	Sølv	Bly
Portrættet ligger i dette skrin	*Portrættet ligger ikke i dette skrin*	*Portrættet ligger ikke i guldskrinet*

Portia forklarede også bejleren, at **højst et af skrinene talte sandt**!

Hvilket skrin skal bejleren nu vælge?

Prøv også den følgende version:

Ny version:

Guld	Sølv	Bly
Portrættet ligger ikke i sølvskrinet	*Portrættet ligger ikke i dette skrin*	*Portrættet ligger i dette skrin*

Regel: Mindst et skrin taler sandt og mindst et af dem lyver!

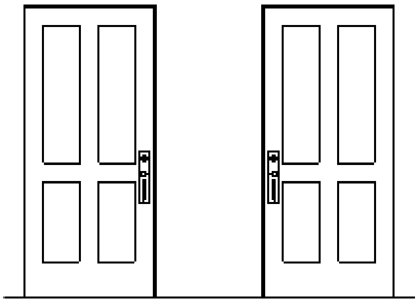
Kvinden eller tigeren

Vi starter med en klassisk gåde. Gåden stammer fra Smullyans bog: Kvinden eller tigeren – og andre opgaver i logik. Gåden er selv inspireret af en novelle af Frank Stockton: "Kvinden eller tigeren"? I novellen er en fange nødt til at vælge mellem to værelser, hvor det ene rummer en kvinde, det andet en tiger. Vælger han det første værelse kan han drage ud i friheden sammen med kvinden. Vælger han det andet værelse …

Her er så gåden:

Kvinden eller tigeren!

I
I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!



II
I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Der kan være enten en kvinde eller en tiger bag en dør. Måske er der en kvinde bag den ene dør og en tiger bag den anden dør, måske er der kvinder bag begge døre eller måske...

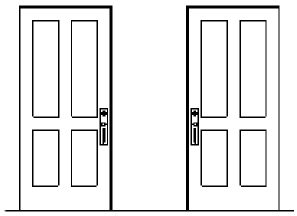
Som hjælp til at finde ud af hvilken dør du skal vælge er der er skilt på hver af dørene. Problemet er bare at du ikke ved om skiltene taler sandt eller lyver. Det eneste du ved, er at den følgende regel er opfyldt:

Det ene skilt er sandt og det andet er falsk!

Ja, det er så gåden! Nu skal den bare løses. Du kan jo selv prøve ☺.

Her er et par andre varianter, du kan øve dig på! Husk de generelle regler for gåder om

Kvinder eller tigre!



Der kan være enten en kvinde eller en tiger bag en dør. Måske en kvinde bag den ene og en tiger bag den anden, måske kvinder bag begge eller måske…

I
Der er en kvinde i mindst et af disse værelser!

II
Der er en tiger i værelse et!

Enten er begge skilte sande eller
også er begge skilte falske!

I
Der er kvinder i begge værelser!

II
Der er kvinder i begge værelser!

Hvis der er en kvinde i vær. I, så er skiltet sandt,
men hvis der er en tiger så er det forkert.
Med værelset til højre er det omvendt:
Hvis der er en kvinde i værelset er skiltet falsk,
men hvis der er en tiger er det sandt.

Riddere og røvere

På en Nintendo kan man bl.a. spille **The Legend of Zelda**, **Twilight Princess**, hvor man bl.a. skal løse gåder. En af gåderne handler om at identificere en løgner, blandt udvalgte karakterer i spillet. Karaktererne har navne, der for nemheds skyld afkortes til forbogstavet: M, F, K, D, A og G. De fremsætter alle en påstand og ud fra påstandene skal man identificere løgneren:

M siger:	"**D...** taler sandt og det gør jeg også!"	
F siger:	"Jeg taler sandt og det gør **G...** også!"	
K siger:	"Det er enten **M...** eller **A...**, der lyver!"	
D siger:	"**M...** taler sandt!"	
A siger:	"**K...** lyver!"	
G siger:	"Det er enten **F...** eller **A...**, der lyver"	

Hvem er løgneren?

Kommentarer til Portias skrin

Reglerne er simple: Ud over at han skal finde skrinet med Portias portræt må bejleren satse! Vælger han forkert, må han
1. omgående forlade huset uden at snakke mere med hende
2. aldrig mere fri til en kvinde
3. love ikke aldrig at røbe hvilken kiste han valgte

Der findes forskellige typer gåder. Shakespeares version er et eksempel på en **orakelgåde**: Hvert af skrinene indeholder en **tvetydig påstand**, der skal hjælpe den værdige bejler med de rigtige egenskaber med at træffe den rigtige beslutning, mens den uværdige bejler, skal forledes til at træffe det forkerte valg.

På **blyskrinet** står der:

Den der vælger mig må give alt og vove alt.

Der står altså, at man må være rede til at sætte alt på spil, men ikke om man derved vinder alt eller mister alt, så reelt ved vi ikke om det er godt eller skidt,

På **sølvskrinet** står der:

Den der vælger mig, får hvad han fortjener.

Men der står ikke hvad han fortjener, så reelt ved vi ikke om det er godt eller skidt.

På **guldskrinet** står der:

Den der vælger mig, får hvad mangen mand begærer.

Men der står ikke hvad det er mangen mand begærer: Om det fx er ydre pragt …, så reelt ved vi ikke om det er godt eller skidt.

Prinsen af Marokko argumenterer nu for sine valg, fx ved sølvskrinet:

Påstand: Det er hende, jeg har fortjent
Belæg: I Byrd og Rigdom er jeg hende værdig, som og i Højsind og i Høviskhed; mest værdiggøres jeg dog ved min Elskov.
Hjemmel: Den der er hendes ligeværdige, har også gjort sig fortjent til hende.

Han forsøger altså at begrunde sine valg og fravalg.

I hver af de tomme kister står der tilsvarende en begrundelse (som kun kommer kort til udtryk i filmen), for hvorfor han ikke vandt Portia:

Guld er ej alt i gylden Dragt,
det er saa sandt, som det er sagt.
Saa mangen Mand sit Liv har bragt
i Bytte for min ydre Pragt.
I gyldnest Grav gør Ormen Jagt.
Om Visdom for dit Mod stod Vagt,
var Ungdom med Forstand i Pagt,
da bedre Svar var til dig lagt.
Nu frøs din Vaar for Vintrens Magt.

Smullyans gåde:

Man kan ræsonnere sig gennem gåden:

Guld	Sølv	Bly
Portrættet ligger i dette skrin	*Portrættet ligger ikke i dette skrin*	*Portrættet ligger ikke i guldskrinet*

Guldskrin	Portrættet ligger i dette skrin	Hvis påstanden var sand, ville påstanden for sølvskrinet også være sand. Men der er i modstrid med, at højst et af skrinene taler sandt. Altså er påstanden falsk! Så portrættet ligger ikke i guldskrinet.
Sølvskrin	Portrættet ligger ikke i dette skrin	Hvis påstanden var sand må portrættet enten ligge i blyskrinet eller i guldskrinet. Men det kan ikke ligge i guldskrinet, som så også talte sandt - og vi har den samme modstrid som før. Det kan heller ikke ligge i blyskrinet, da det så også taler sandt og vi har den samme modstrid igen. Altså er påstanden falsk og portrættet ligger derfor i sølvskrinet!
Blyskrin	Portrættet ligger ikke i guldskrinet	Denne påstand må nu nødvendigvis være sand! Og det er kun i overensstemmelse med at portrættet ligger i sølvskrinet. Hvis det lå i blyskrinet ville både sølvskrinet og blyskrinet nemlig tale sandt!

Bejleren skal altså vælge sølvskrinet!

Mekanisk løsning af gåden:

Vi indfører tre mulige universer svarende til de tre mulige placeringer af portrættet. Vi indfører også variablene portræt og nitte, så vi kan spørge på portrættets placering. Formaliseringen af indskrifterne ser nu således ud:

Guldskrin	Portrættet ligger i dette skrin	**guld** = **portræt**
Sølvskrin	Portrættet ligger ikke i dette skrin	**sølv** ≠ **portræt**
Blyskrin	Portrættet ligger ikke i guldskrinet	**guld** ≠ **portræt**

Endelig skal vi have formaliseret reglen om at højst en af indskrifterne taler sandt! Det kan gøres på flere måder, men her er vist en mulighed:

	A portræt	B nitte	C guld	D sølv	E bly	F guldindskrift	G sølvindskrift	H blyindskrift	I regel	J
◆						=guld=portræt	=sølv≠portræt	=guld≠portræt	=(not ('gul	
1	portræt	nitte	portræt	nitte	nitte	true	true	false	false	
2	portræt	nitte	nitte	portræt	nitte	false	false	true	true	
3	portræt	nitte	nitte	nitte	portræt	false	true	true	false	
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										

I **regel**:=(not ('**guldindskrift** and '**sølvindskrift** or '**sølvindskrift** and '**blyindskrift** or '**blyindskrift** and '**guldindskrift**))

Løsningen på den anden gåde:

	A portræt	B nitte	C guld	D sølv	E bly	F guldindskrift	G sølvindskrift	H blyindskrift	I regel	J	K
◆						=sølv≠portræt	=sølv≠portræt	=bly=portræt	=('blyindsk		
1	portræt	nitte	portræt	nitte	nitte	true	true	false	true		
2	portræt	nitte	nitte	portræt	nitte	false	false	false	false		
3	portræt	nitte	nitte	nitte	portræt	true	true	true	false		
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											

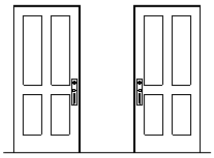
I **regel**:=('**blyindskrift** or '**guldindskrift** or '**sølvindskrift**) and (not '**blyindskrift** or not '**guldindskrift** or not '**sølvindskrift**)

Kommentarer til Kvinden eller tigeren:

Der er selvfølgelig mange måder at løse gåden på, men lad os se på at par stykker:

Første forsøg: Vi kan fx tage udgangspunkt i reglen: Der er en regel, der skal være opfyldt, nemlig at det ene skilt skal tale sandt, mens det andet kan lyve. Det giver to muligheder: Enten taler I sandt og II lyver eller også er det lige omvendt. Men så kan vi jo prøve at gå begge muligheder igennem:

I
I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!

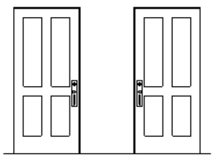


II
I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Hvis I taler sandt er der en kvinde bag dør I og en tiger bag dør II. Men så taler dør II også sandt og det er i modstrid med reglen. Skiltet på dør I kan altså ikke tale sandt!

Men så ved vi jo at skiltet på dør I taler falsk, dvs. enten må der være en tiger bag dør I eller der må være en kvinde bag dør II. Men vi ved jo også at skiltet på dør II taler sandt for ifølge reglen skal det ene skilt tale sandt og det andet skilt skal lyve. Altså er der en kvinde bag den ene dør og en tiger bag den anden dør. Og derfor må der være en tiger bag den første dør og en kvinde bag den anden dør:

I
I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!



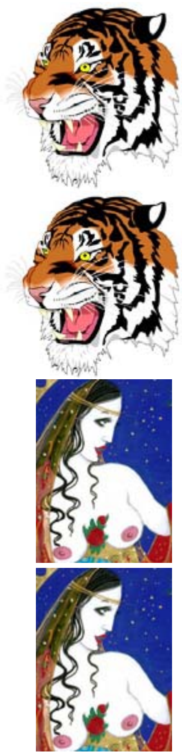
II
I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Nu er reglen opfyldt og vi kan se at vi skal vælge dør II.

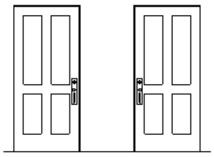
Kommentar:
Faktisk ved vi mere end vi behøver: Så snart vi er sikre på at der en kvinde bag dør 2, er det jo ret beset ligegyldigt hvad der befinder sig bag dør I. Skulle det være endnu en kvinde har vores logiske anstrengelser blot været overflødige.

Så her har vi argumenteret baglæns fra reglen og fundet ud af hvilket skilt, der taler sandt og hvilket skilt der lyver og derfra har vi så fundet ud af hvad der befinder sig bag de to døre.

Andet forsøg: I det tilfælde tager vi udgangspunkt i skiltene. Vi ved på forhånd at der bag hver af de to døre står enten en tiger eller en kvinde. Det giver fire muligheder i alt:



I
I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!



II
I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Vi skal bare finde ud af hvilke af disse muligheder, der er i overensstemmelse med reglen! I hvert tilfælde kan vi se om skiltet bag dør nummer I taler sandt og tilsvarende for skiltet bag dør nummer II. Læg mærke til at det kræver viden om hvad der befinder sig bag begge døre! Det falder således ud:

Bag dør I:	**Bag dør II:**	**Skilt nr. I (K bag dør I og T bag dør II)**	**Skilt nr. II (K bag den ene dør og T bag den anden)**
T	**K**	falsk	sandt
T	**T**	falsk	falsk
K	**T**	sandt	sandt
K	**K**	falsk	falsk

Men i følge reglen skal det ene skilt tale sandt og det andet falsk. Det sker kun i det første tilfælde, så igen har vi fundet ud af at der står en tiger bag dør I og en kvinde bag dør II.

Denne gang arbejder vi os altså fremad mod reglen.

I det følgen skal vi nu prøve at se på hvordan vi kan formalisere gådeløsningen. Udgangspunktet er et logisk udsagn, som er enten sandt eller falsk. I matematikkens verden handler sådanne logiske udsagn ofte om tal, fx

$$2 > 5$$
$$3^2 + 4^2 = 5^2$$
osv.

Her er det første udsagn falsk, det andet sandt. Sådanne udsagn, hvor vi sammenligner to tal, kaldes primitive udsagn. I gådeuniverset kan vi også sagtens opstille primitive udsagn, fx

Bag denne dør befinder der sig en kvinde

De primitive matematiske udsagn kan indskrives direkte i TI-Nspire:

$2>5$	false
$3^2+4^2=5^2$	true

Udsagnene fra gådeuniverset kræver lidt mere bearbejdning for at vi kan afgøre deres sandhedsværdi. Vi er jo nødt til at fortælle TI-Nspire, hvad der rent faktisk befinder sig bag døren! Det gør vi ved at oprette en *variabel* kaldet **dør** og så gennem en *værdi* i denne variabel som enten kan være "kvinde" eller "tiger". Derefter kan vi få oplyst sandhedsværdien for udsagnet:

"kvinde" $\rightarrow$ *dør*	"kvinde"
dør="kvinde"	true
dør="tiger"	false

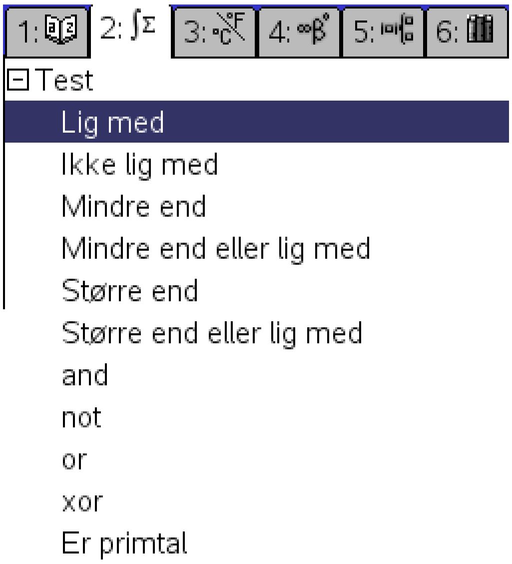
Det er ikke så farverigt som det almindelige sprog, idet udsagnet 'Bag denne dør befinder der sig en kvinde' koges ned til **dør** = "kvinde", men det er sådan det går, når man formaliserer et udsagn!

Nu er det typisk mere sammensatte udsagn, der optræder i gådeuniverset, fx

I dette værelse er der en kvinde **og** i det andet værelse er der en tiger!

Det er sammensat af de primitive udsagn: 'I dette værelse er der en kvinde' henholdsvis 'I det andet værelse er der en tiger'. De to udsagn er bundet sammen af det logiske bindeord **og**. Det signalerer at begge udsagnene skal være opfyldt, både det første udsagn og det andet.

Der findes flere sådanne logiske bindeord. I TI-Nspire kan vi fx finde forskellige muligheder i kataloget under **Test**. De seks første handler om at sammenligne to størrelser. De fire næste er netop de logiske bindeord, mens det sidste har en speciel rolle i talteori, fordi det tillader os at undersøge om et givet naturligt tal rent faktisk er et primtal:



Her er det bindeordene, der interesserer os. Læg mærke til at de står opført på engelsk. Ofte betegnes de også med specielle symboler, men det vil vi ikke bekymre os om her:

De fire logiske bindeord:	**Betydning:**
not = ikke	udsagnet er falsk
and = og	begge udsagn er sande
or = eller	mindst et af udsagnene er sande
xor (exclusive or) = enten eller	netop ét af udsagnene er sande

I dagligt sprog underforstår man undertiden bindeordene. Fx kan man i stedet for at skrive

I dette værelse er der en kvinde **og** i det andet værelse er der en tiger!

nøjes med at skrive

I dette værelse er der en kvinde, i det andet værelse er der en tiger!

Det er lidt sjusket og svarer til at man ikke gider skrive gangetegn i en formel, fordi det er underforstået.

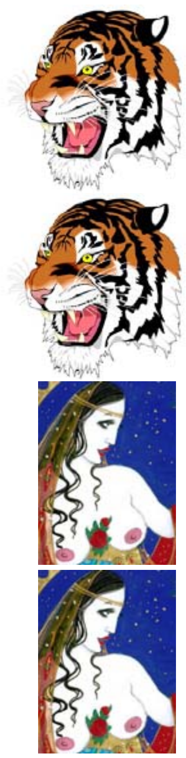
I dagligdagssprog blander man også ofte de to former for **eller** sammen:

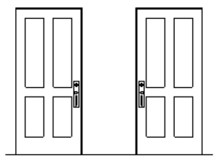
Enten er der en kvinde i dette værelse eller også er der en tiger i det andet værelse!

Udelukker de to muligheder så hinanden? Ligger det i udsagnet at kun det ene udsagn kan være korrekt, så hvis der rent faktisk er en kvinde i dette værelse udelukker det at der er en tiger i det andet værelse?

I logik kan man ikke leve med den slags tvetydigheder, så her skal man bruge **xor** som bindeord, hvis de to muligheder udelukker hinanden!

Vi er nu klar til en formaliseret løsning af gåden. Vi vælger den anden strategi, dvs. vi arbejder os frem mod reglen. Vi ved at der bag hver af de to døre befinder sig enten en kvinde eller en tiger (men ikke begge dele på en gang!). Vi kan nu se på det på mange måder, men en særlig frugtbar måde at se det på at at indføre mulige verdener. Vi forestiller os altså alle mulighederne er opfyldt i hvert deres paralleluniverse.





I
I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!

II
I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Så i det første univers er der en tiger bag dør I og en kvinde bag dør II, i det andet univers er der en tiger bag begge døre osv. Vi skal så bare finde ud af hvilket af de mulige universer vi rent faktisk befinder os i!

Vi opretter derfor fire uafhængige variable: **kvinde** og **tiger** henholdsvis **dør_1** og **dør_2**. de to første er hjælpevariable, der skal sikre os at der rent faktisk er kvinder, henholdsvis tigre til stede i alle fire universer. De to næste variable fortæller os, hvor kvinderne og tigerne rent faktisk befinder sig i det pågældende univers:

		A kvinde	B tiger	C dør_1	D dør_2
	◆				
Første univers →	1	kvinde	tiger	kvinde	kvinde
Andet univers →	2	kvinde	tiger	kvinde	tiger
Tredje univers →	3	kvinde	tiger	tiger	kvinde
Fjerde Univers →	4	kvinde	tiger	tiger	tiger

NB! Inde i cellerne skrives teksterne med gåseøjne, dvs. "kvinde" osv.

På hver dør står der nu et skilt og vi skal have oversat disse skilte til en logisk formel. Her er det første skilt:

I: I dette værelse er der en kvinde og i det andet værelse er der en tiger!

Den oversætter vi til:

dør_1 = **kvinde** and **dør_2** = **tiger**

Det andet skilt ser således ud:

II: I et af disse værelser er der en kvinde og i et af disse værelser er der en tiger!

Den er mere tricket. Først må vi oversætte den til et mere logisk sprog: Vendingen 'I et af disse værelser er der en kvinde' betyder jo, at enten befinder der sig en kvinde i værelse I **eller** også befinder der sig en kvinde i værelse II. Dvs. vendingen er i virkeligheden et sammensat udsagn. Det skal så kombineres med endnu et sammensat udsagn:

(**dør_1** = **kvinde** or **dør_2** = **kvinde**) and (**dør_1** = **tiger** or **dør_2** = **tiger**)

Læg mærke til parenteserne som skal hjælpe os til at holde styr på opbygningen af udsagnet!

Vi indfører nu to nye afhængige variable: **skilt_1** og **skilt_2**, der tester disse to udsagn (læg mærke til at formlerne kan kopieres ind direkte fra Word):

	A kvinde	B tiger	C dør_1	D dør_2	E skilt_1	F skilt_2	G	H
◆					=dør_1 = k	=(dør_1=k		
1	kvinde	tiger	kvinde	kvinde	false	false		
2	kvinde	tiger	kvinde	tiger	true	true		
3	kvinde	tiger	tiger	kvinde	false	true		
4	kvinde	tiger	tiger	tiger	false	false		
5								
E	**skilt_1**:=**dør_1** = **kvinde** and **dør_2** = **tiger**							
F	**skilt_2**:=(**dør_1**=**kvinde** or **dør_2**=**kvinde**) and (**dør_1**=**tiger** or **dør_2**=**tiger**)							

I hvert af de fire mulige paralleluniverser ved vi nu om skiltene taler sandt eller falsk! Vi skal så blot checke om reglen er opfyldt i et af de fire universer:

Det ene skilt er sandt og det andet er falsk!

Igen er det lidt tricket: Vendingen 'Det ene skilt er sandt' betyder jo 'Enten er skiltet bag dør I sandt eller også er skiltet bag dør II sandt' og tilsvarende med den anden vending. Men de to udsagn er også **koblede**, fordi hvis det første skilt er sandt, så følger det af det andet udsagn, at så er det andet skilt falsk. Vi kan derfor oversætte det samlede sammensatte udsagn således: 'Enten er det første skilt sandt og det andet skilt falsk eller også er det lige omvendt!

Vi kan altså oversætte reglen til et logisk udsagn på følgende måde:

(**skilt_1** and not **skilt_2**) or (not **skilt_1** and **skilt_2**)

Men så kan vi jo indføre reglen i **TI-Nspire** og se i hvilket univers den er opfyldt!

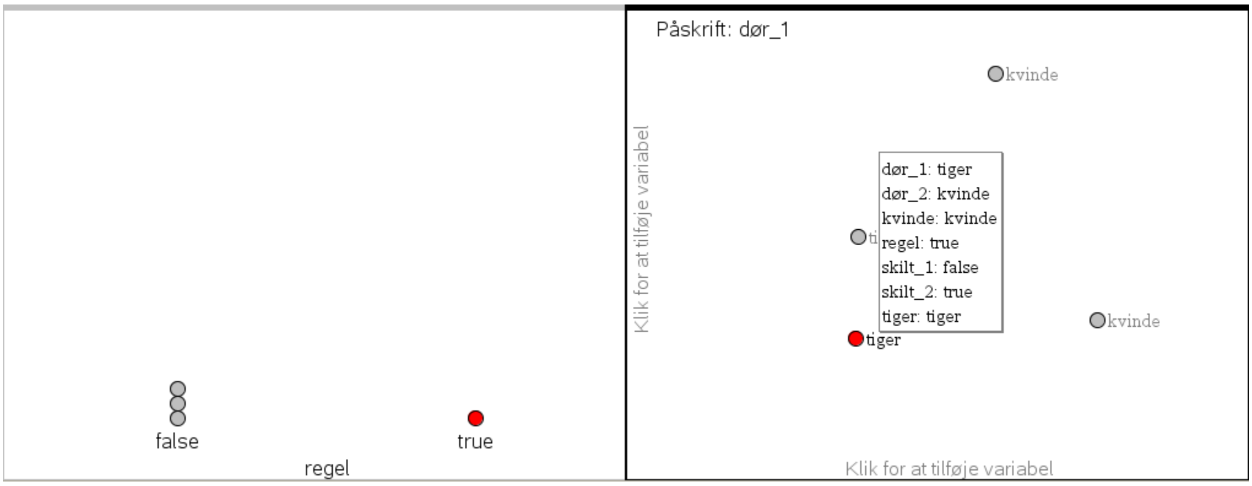
	A kvinde	B tiger	C dør_1	D dør_2	E skilt_1	F skilt_2	G regel	H	I
◆					=dør_1 = k	=(dør_1=k	=(skilt_1 a		
1	kvinde	tiger	kvinde	kvinde	false	false	false		
2	kvinde	tiger	kvinde	tiger	true	true	false		
3	kvinde	tiger	tiger	kvinde	false	true	true	Det eneste univers, hvor reg...	
4	kvinde	tiger	tiger	tiger	false	false	false	"Det eneste univers, hvor reglen er opfyldt!"	
5									

H3 "Det eneste univers, hvor reglen er opfyldt!"

Vi ser da at reglen kun er opfyldt i det tredje univers, og dermed kan vi aflæse at der er en tiger bag dør 1 og en kvinde bag dør 2!

	A kvinde	B tiger	C dør_1	D dør_2	E skilt_1	F skilt_2	G regel	H
◆					=dør_1 = k	=(dør_1=k	=(skilt_1 a	
1	kvinde	tiger	kvinde	kvinde	false	false	false	
2	kvinde	tiger	kvinde	tiger	true	true	false	
3	kvinde	tiger	tiger	kvinde	false	true	true	Det eneste univers, hvor reg...
4	kvinde	tiger	tiger	tiger	false	false	false	

Bemærkning:
Man kan også finde den rigtige løsning grafisk. I så fald opretter man to **Data og statistik**-vinduer. I det ene afbilder man prikdiagrammet for **regel**, i det andet lader man vinduet stå som en **skattekiste**, dvs. uden at afbilde nogle variable!



Af det første vindue fremgår da, at der er netop ét univers, hvor reglen er opfyldt, af det andet vindue fremgår det af det tilhørende kartotekskort, at der bag dør 1 befinder sig en tiger, mens der bag dør 2 befinder sig en kvinde!

Kommentarer til riddere og røvere:

Det er ikke så svært som det kan se ud at løse gåden i hånden, dvs. finde ud af at der kun en af karaktererne, der lyver (A), idet alle de andre fører til inkonsistenser (selvmodsigelser): Her er løsningen gennemgået i skemaet fra gåden, idet vi i hvert tilfælde undersøger konsekvenserne af at antage at den pågældende person er en løgner:

M siger:	"**D...** taler sandt og det gør jeg også!"	Hvis **M** lyver, tvinger det også **D** til at lyve (da **D** påstår **M** taler sandt), og det er i modstrid med at der kun er én løgner!
F siger:	"Jeg taler sandt og det gør **G...** også!"	Hvis **F** lyver må G tale sandt, for der er netop én løgner. I så fald må A altså tale sandt og det giver endnu en løgner, nemlig **K**, hvorfor vi har fundet en modstrid.
K siger:	"Det er enten **M...** eller **A...**, der lyver!"	Hvis **K** lyver, taler **A** sandt (og dermed passer det, at **K** lyver). Men da der kun er én løgner, må også **G** tale sandt, og det giver en modstrid, idet der nu må være endnu én løgner.
D siger:	"**M...** taler sandt!"	Hvis **D** lyver, så skal **M** også lyve og det er en modstrid, da der kun er én løgner.
A siger:	"**K...** lyver!"	Hvis **A** lyver, følger det at **K** taler sandt, hvilket er i overensstemmelse med at **A** lyver. Det følger også, at **G** taler sandt, fordi **A** lyver. Tilsvarende er der intet til hinder for at de øvrige taler sandt. **A** er altså en mulig løgner!
G siger:	"Det er enten **F...** eller **A...**, der lyver"	Hvis **G** lyver, taler **A** sandt. Men så må også **K** lyve - og vi har en modstrid med, at der kun er én løgner!

Det viser sig da, at den eneste mulige løgner er karakteren **A**, idet de øvrige antagelser om løgnere alle fører til en modstrid:

M lyver $\Rightarrow$ modstrid $\Rightarrow$ **M** taler sandt
F lyver $\Rightarrow$ modstrid $\Rightarrow$ **F** taler sandt
K lyver $\Rightarrow$ modstrid $\Rightarrow$ **K** taler sandt
D lyver $\Rightarrow$ modstrid $\Rightarrow$ **D** taler sandt
G lyver $\Rightarrow$ modstrid $\Rightarrow$ **G** taler sandt

Den eneste mulighed er derfor at **A** lyver og de øvrige taler sandt!

Vi kan endda udvide argumentet og se, hvad der følger af antagelsen

A taler sandt

Men konsekvensen af at **A** taler sandt er at **K** lyver, og det har vi jo lige set fører til en modstrid!

Læg mærke til, at vi har antaget at gåden giver mening! Det kunne jo være at vi havde valgt de forskellige påstande, så de altid ville føre til en modstrid uanset hvad. I så fald findes der simpelt hen ikke noget univers, der løser gåden!!!

[På A-niveau kan man opfatte udsagnene som aksiomer ...]

Alle argumenterne kan omformuleres ala Toulmin, men det kan godt tage noget tid. Jeg viser det for den første:

Påstand: **M**... taler sandt!
Belæg: **D** sikrer netop, at **M** taler sandt!
Hjemmel: Enten taler **M** sandt eller **M** lyver. Hvis **M** lyver tvinger det også **D** til at lyve (da **D** jo påstår at **M** taler sandt). Men det er i modstrid med at der kun er en løgner osv...

Læg mærke til **modstridsargumentet**: For at vise, at **M** taler sandt, gendriver vi påstanden "**M** lyver".

Mekanisk løsning af gåden:

Men vi kan også lade **TI-Nspire** løse gåden automatisk:
Vi indfører som sædvanlig en serie af mulige universer. Disse universer indeholder **riddere**, dvs. personer, der altid taler sandt, og **røvere**, dvs. personer, der altid lyver. Den overordnede regel er nu at der er netop én røver og vi skal finde vedkommende. Som i Portias gåde indbygger vi denne overordnede regel fra starten i vores mulige universer:

	A ridder	B røver	C m_	D f_	E k_	F d_	G a_	H g_
◆								
1	ridder	røver	røver	ridder	ridder	ridder	ridder	ridder
2	ridder	røver	ridder	røver	ridder	ridder	ridder	ridder
3	ridder	røver	ridder	ridder	røver	ridder	ridder	ridder
4	ridder	røver	ridder	ridder	ridder	røver	ridder	ridder
5	ridder	røver	ridder	ridder	ridder	ridder	røver	ridder
6	ridder	røver	ridder	ridder	ridder	ridder	ridder	røver

De to første søjler er indført for at vi kan spørge om en person er en ridder (taler sandt) eller en røver (lyver). De næste seks søjler præsenterer de seks personer, der hver for sig bliver udnævnt til røveren i et af de seks universer. Læg mærke til underscoren efter enkeltbogstaverne, der sikrer mod forveksling med den tilsvarende søjle i regnearket!

Derefter er vi klar til at oversætte deres påstande (dvs. formalisere dem) til logiske udsagn:

M siger:	"**D...** taler sandt og det gør jeg også!"	**D_=ridder** and **M_=ridder**
F siger:	"Jeg taler sandt og det gør **G...** også!"	**F_=ridder** and **G_=ridder**
K siger:	"Det er enten **M...** eller **A...**, der lyver!"	**M_=røver** or **A_=røver**

D siger:	"**M...** taler sandt!"	**M**_=ridder
A siger:	"**K...** lyver!"	**K**_=røver
G siger:	"Det er enten **F...** eller **A...**, der lyver"	**F**_=**røver** or **A**_=**røver**

I **lister og regneark** ser det således ud (idet **pm** står for karakteren **m**'s udsagn/påstand osv.)

	I pm	J pf	K pk	L pd	M pa	N pg
◆	=d_=ridder and m_=ridder	=f_=ridder and g_=ridder	=m_=røver or a_=røver	=m_=ridder	=k_=røver	=f_=røver or a_=røver
1	false	true	true	false	false	false
2	true	false	false	true	false	true
3	true	true	false	true	true	false
4	false	true	false	true	false	false
5	true	true	true	true	false	true
6	true	false	false	true	false	false

Dermed har vi styr på påstandene. Spørgsmålet er så blot hvordan vi hurtigt kan overskue, hvem, der lyver og hvem, der taler sandt! Vi skal da sammenholde påstandene med hvad der gemmer sig bag de forskellige karakterer: Bag et sandt udsagn, skal der nemlig gemme sig en ridder og tilsvarende skal der bag et falsk udsagn gemme sig en røver! Ved at flytte rundt på udsagnene kan vi nu nemt parre dem (klik først på søjleikonet for at vælge hele søjlen, klik derefter igen på søjleikonet og flyt det):

	C m_	D pm	E f_	F pf	G k_	H pk	I d_	J pd	K a_	L pa	M g_	N pg
◆		=d_=ridd		=f_=ridder		=m_=røve		=m_=ridder		=k_=røver		=f_=røver
1	røver	false	ridder	true	ridder	true	ridder	false	ridder	false	ridder	false
2	ridder	true	røver	false	ridder	false	ridder	true	ridder	false	ridder	true
3	ridder	true	ridder	true	røver	false	ridder	true	ridder	true	ridder	false
4	ridder	false	ridder	true	ridder	false	røver	true	ridder	false	ridder	false
5	ridder	true	ridder	true	ridder	true	ridder	true	røver	false	ridder	true
6	ridder	true	ridder	false	ridder	false	ridder	true	ridder	false	røver	false

Her har vi markeret alle inkonsistenserne. Det er oplagt at det kun er det femte univers, der er konsistent (og dermed at det er **A**, der lyver). Men det er også klart, at vi skal lede lidt for at se det, så vi må skal videre med formaliseringen:

Vi ved at riddere kun kan tale sandt og at røvere kun kan lyve. Hver af karaktererne er enten en ridder eller en røver. Der skal derfor gælde følgende regler:

M_=ridder and pm or M_=røver and not pm

(Man kan også definere en biimplikation **eq**(p,q) som p ⇒ q and q ⇒ p. I så fald siger reglen blot at udsagnene M_=ridder og pm er ækvivalente ...)

Tilsvarende gælder de øvrige karakterer og indfører vi disse seks regler samt superreglen, der siger at alle seks regler skal være opfyldt fås:

	O rulem	P rulef	Q rulek	R ruled	S rulea	T ruleg	U rule
◆	=(pm and r	=(pf and f_	=(pk and k	=(pd and c	=(pa and a	=(pg and g	=rulem an
1	true	true	true	false	false	false	false
2	true	true	false	true	false	true	false
3	true	true	true	true	true	false	false
4	false	true	false	false	false	false	false
5	true	true	true	true	true	true	true
6	true	false	false	true	false	true	false

O	**rulem**:=(**pm** and **m_**=**ridder**) or not **pm** and **m_**=**røver**

Det viser netop at kun det femte univers opfylder superreglen, så **A** er den eneste mulige løgner.