图形计算器如何提高数学课堂教学中学生的参与程度

华东师大第二附属中学　倪建春

一、提高数学课堂教学中学生参与程度的意义

数学教学是教师思维与学生思维相互沟通的过程，从信息论的角度看，这种沟通就是指数学信息的接受、加工、传递的动态过程，在这个过程中充满了师生之间的数学交流和信息的转换，离开了学生的参与，整个过程就难以畅通；从认知心理来看，建构主义学习观把数学学习看成是在每个学生不同的数学世界里，通过自身的内化、重组、操作和交流主动进行建构的过程，这就表明了学生在数学学习活动中的主体地位。建构主义学习观要求教师在教学中，应当树立“以学生为主”的思想，让学生“积极参与”课堂教学，促使学生思维能力的提高；从认知学习论的角度看，数学学习的过程乃是新的学习内容与学生原有的数学认知结构相互作用形成新的认知结构的过程，这个过程是主体的一种自主行为，而数学学科又具有严密的逻辑性和高度的抽象性等特点，所以数学学习更需要积极思考，深入理解。北京师范大学曹才翰教授指出“数学学习是再创造再发现的过程，必须要主体的积极参与才能实现这个过程”；从当前全面实施素质教育的要求来看，激发学生积极参与课堂教学，就是为了提高课堂教学效率，培养学生的学习能力和创造思维能力，这与以培养创造型人才为目的的素质教育完全一致，因此，在数学课堂教学中提高学生的参与度，不仅具有提高数学教学质量的近期作用，而且具有提高学生素质的远期功效。

二、引导学生参与课堂教学的全过程数学教学活动中

教师主导作用的效果应以学生主体功能的发挥是否充分来衡量。离开了学生的主动积极的参与，教师的主导作用也是没有意义的。教师的“导”要具科学性、启发性和艺术性，充分激发学生的思维活动。由于数学中的重要概念的建立、公式定理的揭示及知识的应用，都贯穿着人类勇于探索、敢于创新的精神，充满着人类创造性思维的“火花”，教师要启发、引导学生亲自参与这些创造性活动的过程，以达到开发智力和能力，提高创造思维的品质，增强创造力的目的，因而教师应结合教学内容，设计出利于学生参与的教学环节，提高学生的参与程度。

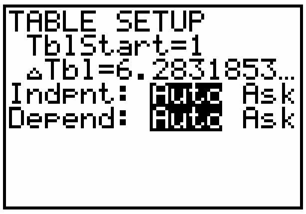
1.参与数学概念的建立过程，培养学生思维的严谨性

数学概念的形成一般来自于解决实际问题或数学自身发展的需要、教材上的定义常隐去概念形成的思维过程，教师要积极引导学生参与数学概念的建立过程，使学生理解概念的来龙去脉，加深对概念的理解，必要时还可以通过举反例来准确把握概念的本质。

例如在函数的有些概念的教学中，让学生理解“任意”与“存在”的意义是非常重要的。比如周期性，图形计算器可以如何来体现“任意”与“存在”呢？

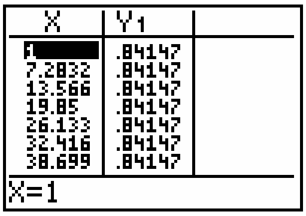
例 1：如何描述正弦函数的周期性？

解：



（1）将图形计算器的 $Mode$ 设置为默认设置，输入函数 $y_1 = \sin x$ ；设置 $TBLSET$ ：$TblStart = 1$ ，$\Delta Tbl = 2\pi$ ；

图 1

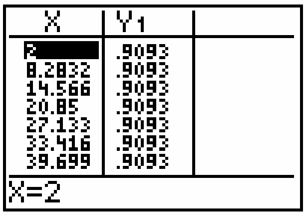


X	Y1
1	.84147
7.2832	.84147
13.566	.84147
19.85	.84147
26.133	.84147
32.416	.84147
38.699	.84147

X=1

（2）显示 $TABLE$ ，观察表格中的 x 和 y_1 的值，相邻的两个 x 的值每次增加多少？ y_1 的值有何规律？

图 2



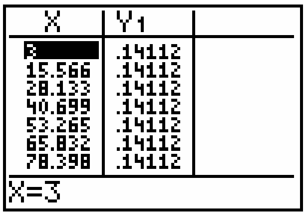
X	Y1
2	.9093
8.2832	.9093
14.566	.9093
20.85	.9093
27.133	.9093
33.416	.9093
39.699	.9093

X=2

图 3

（3）将 $TBLSET$ 中的 $TblStart$ 分别改为 $2, 3, 4, 3\pi, \frac{11}{2}\pi,$ $123, \cdots$ ，再显示 $TABLE$ ，并观察表格中的 x 和 y_1 的值，相邻的两个 x 的值每次增加多少？ y_1 的值有何规律？

（4）上述活动说明了正弦函数的什么特性，请你用自己的语言将上述发现概括出来。



X	Y1
3	.14112
15.566	.14112
28.133	.14112
40.699	.14112
53.265	.14112
65.832	.14112
78.398	.14112

X=3

图 4

（5）$TBLSET$ 中的 ΔTbl 改为 4π ，正弦函数的上述特性还存在吗？是否可以将 ΔTbl 改为其它的值？如果可以，这些值与 2π 有何关系？

（6）分别设置 $y_1 = cos\,x, tan\,x, cot\,x, sec\,x, csc\,x$ ，重复上述步骤，你有什么发现？

这里的 $\Delta Tbl = 2\pi$ 也就是定义中的“存在一个常数 T ”，在 $\Delta Tbl = 2\pi$ 不变的前提下后面 $TblStart$ 的任意取值，也就说明定义中“任意 $x \in D$ ”，最后比较 y_1 的取值就可以发现“ $f(x+T) = f(x)$ ”，因此 $T = 2\pi$ 是这个函数的一个周期。

2.参与公式的发现过程，培养学生思维的独创性

数学公式定理形成过程大致有两种情况：一是经过观察、分析，用不完全归纳法、类比等提出猜想，而后寻求逻辑证明；二是从理论推导得出结论。教学中的每个公式、定理都是数学家辛勤研究的结晶，他们的研究蕴藏着深刻的数学思维过程，而现行的教材中只有公式定理的结论和推导过程，而缺少公式定理的发现过程，因此，引导学生参与公式、定理的发现过程对培养学生的创造能力有着十分重要的意义。

例如对于《排列组合》中 $C_n^r = C_n^{n-r} (r \le n)$； $C_n^r + C_n^{r+1} = C_{n+1}^{r+1} (r < n)$；

$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$这些公式的发现过程，我们就可以设计这样一个问题来引入：

例 2：请填下表：

C_n^r		n										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	0	1	1									
	1	1	2									
	2	/	1									
	3	/	/									
	4	/	/	/								
	5	/	/	/	/							…
r	6	/	/	/	/	/						
	7	/	/	/	/	/	/					
	8	/	/	/	/	/	/	/				
	9	/	/	/	/	/	/	/	/			
	10	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
	…											

1)观察这些值，猜测n相同情形下不同r的组合数间的关系；

2)分别计算式子$C_2^0+C_2^1+C_2^2$，$C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3$的值，并猜测$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n$的值.

解：

计算可得：

C_n^r	n										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…

	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	2	/	1	3	6	10	15	21	28	36	45	
	3	/	/	1	4	10	20	35	56	84	120	
	4	/	/	/	1	5	15	35	70	126	210	
r	5	/	/	/	/	1	6	21	56	126	252	
	6	/	/	/	/	/	1	7	28	84	210	
	7	/	/	/	/	/	/	1	8	36	120	
	8	/	/	/	/	/	/	/	1	9	45	
	9	/	/	/	/	/	/	/	/	1	10	
	10	/	/	/	/	/	/	/	/	/	1	
	…											

（1）观察上表可以发现：$C_7^1=C_7^6=7$，$C_9^2=C_9^7=36$ 等等，所以可猜测：

$C_n^r=C_n^{n-r}(r\le n)$.

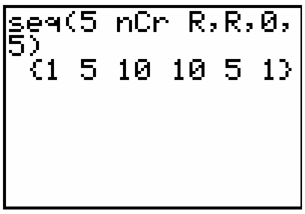
又如 $C_5^3+C_5^4=C_6^4=15$，$C_8^5+C_8^6=C_9^6=84$ 等等，所以可猜测：

$C_n^r+C_n^{r+1}=C_{n+1}^{r+1}(r<n)$.

（2）由上表可求得：$C_2^0+C_2^1+C_2^2=4$，$C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3=8$，

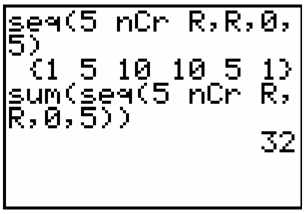
$C_4^0+C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4=16$，$C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=32$，…….

另外利用机器的 $seq($ 和 $sum($ 这两个函数可以直接求得.操作说明如下：



$seq($ 的作用，例如：$C_n^r, n=5, r=0,1,2,3,4,5$.如图.

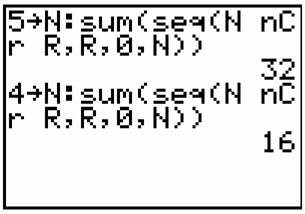
图 5



sum(用上去就可以求和了，例如：求

$C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5$.

图 6



为了更有一般性，可以增加一个参数 n ，如图 7.或者可以如图 8 所示，从自然数 1 开始，一个个下去看规律.

图 7

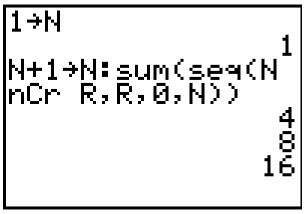


图 8

所以可猜测 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$.

学生通过手中的图形计算器，自己动手先发现猜测出这些公式，然后再加以演绎论证，这样也能让学生在学习的过程中享受到发现的乐趣。

3.参与问题的不同解法的探索中，培养学生思维的广阔性

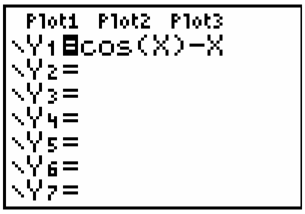
问题是数学的心脏，解决数学问题要指导学生按照著名数学教育家乔治•波利亚的解题表中的四个步骤（弄清问题——拟订计划——实现计划——回顾）来进行。例题教学一定要给学生思考的时间，教师应启发学生对一个数学问题从多方位、多角度去联想、思考、探索，这样既加强了知识间的横向联系，又提高了学生。

例如对于超越方程的求解，利用到图形计算器就可以有很多种方法来实现：

例 3：解方程 $\cos(x)=x$ 。

解：

方法一：令 $Y_1=\cos(x)-x$ ，求这个函数的零点来求得近似值 x ，即为原方程的解，操作如下图：



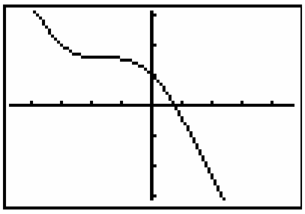
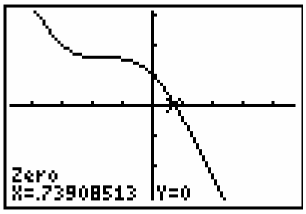
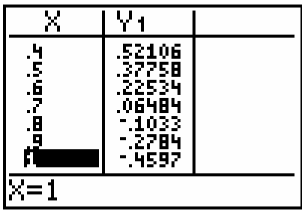
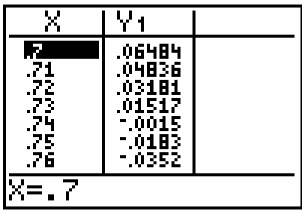



图 9　　　　图 10　　　　图 11

方法二：令$Y_1 = \cos(x) - x$，利用图形计算器的$TABLE$来实现“二分法”，求出近似值。

操作示意如下：





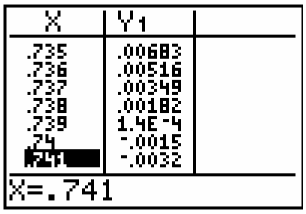


图 12　　　　图 13　　　　图 14

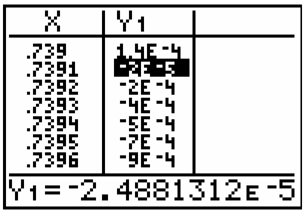
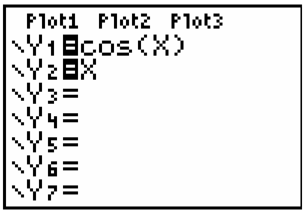


图 15

方法三：令$Y_1 = \cos(x); Y_2 = x$，求两个函数的交点。操作示意如下：



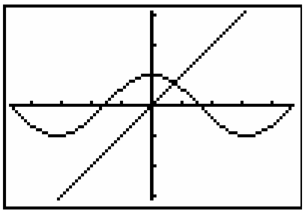
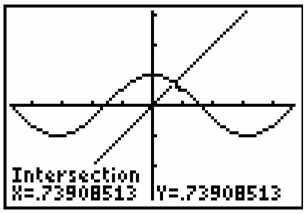
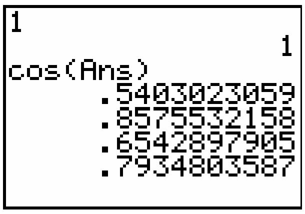



图 16　　　　图 17　　　　图 18

方法四：利用图形计算器中的ANS来实现“迭代法”。操作示意如下：



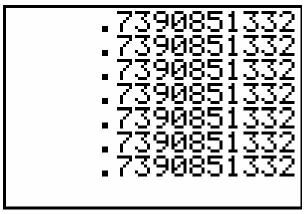


图 19　　　　图 20

方法五：可以编写一个“二分法”的小程序来实现。操作示意略。