学校________ 姓名________ 年级________ 性别________ 准考证号________

装 订 线

2010 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

个人赛试题

（2010 年 5 月 22 日下午 1:30～3:00）

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
评卷人					
复卷人					

一、填空题（共 8 小题，前 4 小题每题 6 分，后 4 小题每题 9 分，满分 60 分）

1、假设地球绕着连接北极和南极的直线为轴自转一周所需的时间是 23 小时 56 分 4 秒，又设地球的赤道半径为 6378.1 千米，那么当你站在赤道位置上随着地球自转，绕轴旋转的线速度是_____米/秒（精确到米，π 取 3.1416）.

2、设 $T(x)=x+\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2x^5}{15}+\dfrac{17x^7}{315}+\dfrac{62x^9}{2835}$，则 $T\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=$___________（精确到 10^{-6}）.

3、天文学中，常用“秒差距”作为距离单位. 如果在一个直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CB=1.496\times10^8$ 千米，即边 CB 的长等于太阳 (C) 与地球 (B) 之间的平均距离，那么当 $\angle BAC$ 的大小为 1 秒（一度等于 60 分，1 分等于 60 秒）时，斜边 AB 的长为 1“秒差距”. 由此可知，1“秒差距”=_________千米（用科学记数法表示，保留 4 位有效数字）.

4、方程 $\lg|x|=\sin 2x$ 的实数根的个数是____________.

5、方程 $\left(n+\dfrac{5}{124}\right)^{\frac{1}{3}}=n\left(\dfrac{5}{124}\right)^{\frac{1}{3}}$ 的所有正整数解 $n=$_____________.

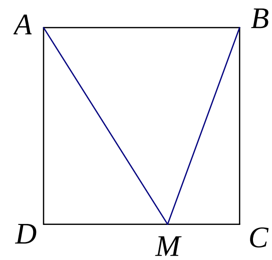
6、正整数 a, b 均小于 500，且满足 $a^2+(a+1)^2=b^2$，则这样的数对 (a, b) 共有________对.

7、已知直线 $y=x$ 与余弦曲线 $y=\cos x$ 相交于点 A，那么坐标原点 O 到点 A 的距离 $|OA|=$______________(精确到 10^{-4}).

8、一个四位数的各位数码都是非零的偶数，且它的算术平方根恰是一个二位数，该二位数的两个数码也都是非零偶数，则这个四位数是__________.

解答以下三题必须写出解题的必要步骤.

二、(本题满分 20 分) 如图，已知点 M 是正方形 $ABCD$ 的边 DC 所在的直线上的一动点，求 $\dfrac{MA}{MB}$ 的最大值.



【解】

三、（本题满分 20 分） 已知抛物线 C： $y=\frac{1}{2}x^2$，点 $A_1(x_1,0), A_2(x_2,0)$ 是 x 轴上的两点（其中 $x_1+x_2\neq 0, x_1x_2\neq 0$ ），过 A_1, A_2 分别作 x 轴的垂线，与抛物线 C 分别相交于点 A_1' , A_2' ,直线 $A_1'A_2'$ 与 x 轴相交于点 $A_3(x_3,0)$,这样我们就称 x_1, x_2 确定了 x_3．同样可由 x_2, x_3 确定 x_4，⋯．已知 $x_1=6$，$x_2=2$，求 x_6 的值．

【解】

四、（本题满分 20 分）设 $a_1=1, a_{n+1}=\sqrt{a_n+n^2}, n=1, 2, \cdots$.

(1) 求证: $\left[a_n\right]=n-1, n=2,3,\cdots$;

(2) 求和: $\left[a_1^2\right]+\left[a_2^2\right]+\cdots+\left[a_n^2\right]$.

这里, $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数.

【解】

装

订

线